



DESAFÍO MATEMÁTICO 3º y 4º ESO

Solución de la tercera entrega

Problema 3.1: TRIÁNGULOS

Un día la profesora de Matemáticas propuso a los alumnos el siguiente problema: “Voy a demostraros que en las repeticiones se esconden algunas figuras muy bellas y curiosas. Dibujad en vuestros cuadernos un triángulo equilátero. Unid los puntos medios de cada lado y eliminad del dibujo el triángulo central obtenido. Repetid el proceso con los tres nuevos triángulos que habéis obtenido. Repetid todo con los nuevos triángulos”. De este modo los alumnos iban obteniendo en cada paso las siguientes figuras:

Si pudiéramos repetir este proceso infinitas veces habríamos logrado construir el fractal conocido como triángulo de Sierpinski.

- a) ¿Cuántos triángulos blancos quedan en la cuarta repetición (una después de la última que te damos)?

Nº de repetición	Nº de triángulos blancos
0	1
1	3
2	$9=3^2$
3	$27=3^3$
4	$81=3^4$

Cada vez hay el triple de triángulos que en la figura anterior. **En la cuarta repetición hay 81 triángulos blancos.**

- b) Si consideramos que el triángulo inicial tiene lado 1, ¿cuánto suman los perímetros de los triángulos blancos en la cuarta repetición? ¿Y sus áreas?

Nº de repetición	Nº de triángulos blancos	Tamaño del lado	Perímetro total	Altura de los triángulos	Área total
0	1	1	$3 \cdot 1 = 3$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2} \left(1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$
1	3	$\frac{1}{2}$	$3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$3 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{3\sqrt{3}}{16}$
2	$9=3^2$	$\frac{1}{4} = \frac{1}{2^2}$	$9 \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{27}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{8}$	$\frac{9\sqrt{3}}{64}$
3	$27=3^3$	$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3}$	$27 \cdot 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{81}{8}$	$\frac{\sqrt{3}}{16}$	$\frac{27\sqrt{3}}{256}$

4	$81=3^4$	$\frac{1}{16} = \frac{1}{2^4}$	$81 \cdot 3 \cdot \frac{1}{16} = \frac{243}{16}$	$\frac{\sqrt{3}}{32}$	$\frac{81\sqrt{3}}{1024}$
---	----------	--------------------------------	--	-----------------------	---------------------------

El perímetro en la 4ª repetición es $\frac{243}{16}$ y el área es $\frac{81\sqrt{3}}{1024}$.

c) Responde a las preguntas anteriores para la décima repetición.

Nº de repetición	Nº de triángulos blancos	Perímetro	Área
0	$1=3^0$	$3 = \frac{3^1}{2^0}$	$\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3^0\sqrt{3}}{4^1}$
1	$3=3^1$	$\frac{9}{2} = \frac{3^2}{2^1}$	$\frac{3\sqrt{3}}{16} = \frac{3^1\sqrt{3}}{4^2}$
2	$9=3^2$	$\frac{27}{4} = \frac{3^3}{2^2}$	$\frac{9\sqrt{3}}{64} = \frac{3^2\sqrt{3}}{4^3}$
3	$27=3^3$	$\frac{81}{8} = \frac{3^4}{2^3}$	$\frac{27\sqrt{3}}{256} = \frac{3^3\sqrt{3}}{4^4}$
4	$81=3^4$	$\frac{243}{16} = \frac{3^5}{2^4}$	$\frac{81\sqrt{3}}{1024} = \frac{3^4\sqrt{3}}{4^5}$
10	3^{10}	$\frac{3^{11}}{2^{10}}$	$\frac{3^{10}\sqrt{3}}{4^{11}}$

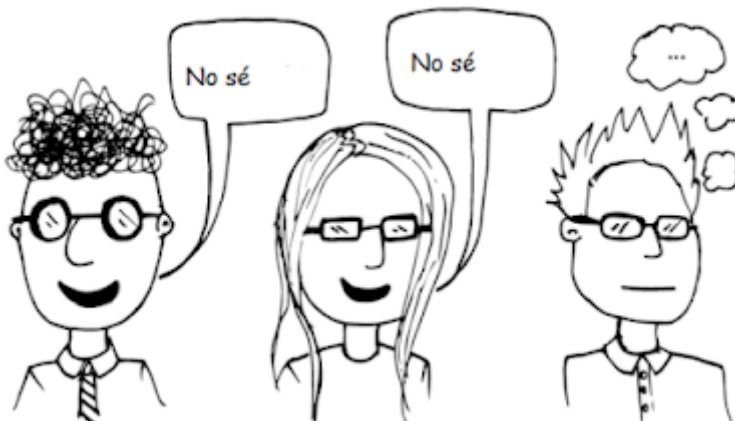
En la décima repetición el nº de triángulos blancos es 3^{10} , el perímetro es $\frac{3^{11}}{2^{10}}$ y el área es $\frac{3^{10}\sqrt{3}}{4^{11}}$.

d) Halla una fórmula general para calcular el número de triángulos blancos, la suma de sus perímetros y la suma de sus áreas en la repetición n.

Nº de repetición	Nº de triángulos blancos	Perímetro	Área
n	3^n	$\frac{3^{n+1}}{2^n}$	$\frac{3^n\sqrt{3}}{4^{n+1}}$

Problema 3.2: LÓGICA

Tres matemáticos expertos en lógica van a desayunar. Todos ellos tienen ya decidido si van a tomar café o no. El camarero pregunta ¿Todo el mundo quiere café? a lo que el primero responde: "No sé", la segunda dice también "no sé" ¿Qué responderá el tercero?



Solución:

Como todos son expertos en lógica y el camarero ha preguntado si todos quieren café, si el primero no quisiera café habría respondido NO (porque habría, al menos uno, él mismo, que no quiere café). Como él quiere café contesta NO SÉ porque no sabe lo que quieren los otros. Esta deducción la hacen los otros dos porque son expertos en lógica. Por tanto, ya saben que el primero quiere café.

Con el segundo pasa lo mismo, si no quisiera café habría contestado NO, como contesta NO SÉ, el segundo también quiere café y el tercero lo sabe.

Como el **tercero** sabe que los 2 primeros quieren café, **si él también quiere café contestará Sí, y si no quiere café contestará NO, o que sólo quieren los otros dos.**